



Mejoramiento del aprendizaje de cálculo diferencial en 2º BGU mediante el método Singapur en Guano

Improving Differential Calculus Learning in 2nd BGU Students Using the Singapore Method in
Guano

Artículo de investigación

AUTOR (ES):

Juan Marcelo Patache Avilés, estudiante de Maestría, Ingeniero Automotriz¹,

Angela Augusta Patache Allauca²

Correo: juanpatache@gmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0009-0009-2248-015X>

Cespatt académico, Ecuador

Recibido	Aprobado	Publicado
12 de marzo de 2025	28 de abril de 2025	10 de mayo de 2025

Resumen

El presente artículo aborda la aplicación del Método Singapur en la enseñanza del cálculo diferencial en estudiantes de segundo de Bachillerato General Unificado (BGU) del Centro Educativo CESPATT, en Guano, Ecuador. Basado en enfoques constructivistas como los de Bruner y Vygotsky, se destaca la importancia del enfoque CPA (concreto, pictórico, abstracto) y el uso de representaciones visuales y manipulativos para fortalecer el aprendizaje. Además, se resalta la relevancia de la resolución de problemas como eje central del proceso educativo. La investigación adopta un enfoque metodológico mixto, utilizando técnicas de recolección de datos como encuestas

¹ Estudiante, Master en Educación matemática, Universidad de ciencias pedagógicas “Enrique José Varona”, Docente centro educativo “Cespatt”.

² Ingeniera Electrónica, Docente centro educativo “Cespatt”.





y observaciones para evaluar la efectividad de la metodología. Se consideran principios éticos, garantizando la confidencialidad y el consentimiento informado. Finalmente, el estudio busca aportar estrategias pedagógicas innovadoras para mejorar la comprensión y aplicación del cálculo diferencial en el contexto ecuatoriano, alineándose con el currículo educativo nacional.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas, Métodos pedagógicos, Resolución de problemas, Educación secundaria, Didáctica de las matemáticas

This article addresses the application of the Singapore Method in teaching differential calculus to second-year students of the Unified General Baccalaureate (BGU) at the CESPATT Educational Center in Guano, Ecuador. Based on constructivist approaches such as those of Bruner and Vygotsky, it highlights the importance of the CPA approach (concrete, pictorial, abstract) and the use of visual representations and manipulatives to strengthen learning. Furthermore, it emphasizes the importance of problem-solving as a central axis of the educational process. The research adopts a mixed methodological approach, using data collection techniques such as surveys and observations to evaluate the effectiveness of the methodology. Ethical principles are considered, ensuring confidentiality and informed consent. Finally, the study seeks to provide innovative pedagogical strategies to improve the understanding and application of differential calculus in the Ecuadorian context, aligning it with the national educational curriculum.

Keywords: Mathematics teaching, Pedagogical methods, Problem solving, Secondary education, Mathematics didactics

INTRODUCCIÓN

La enseñanza del cálculo diferencial en la educación secundaria se enfrenta, a muchos desafíos esto debido a al entendimiento abstracto de sus conceptos y la percepción de dificultad por parte de los estudiantes (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2016). Por lo tanto, el Método Singapur surge como una opción de metodología pedagógica innovadora que promueve la comprensión de





conceptos profundamente, el razonamiento matemático y la resolución de problemas aplicados (Soh & Ong, 2010). Este enfoque, basado en el marco teórico constructivista de Bruner y Vygotsky, se centra en el desarrollo del pensamiento matemático mediante el modelo CPA (concreto, pictórico, abstracto), el cual facilita la transición del aprendizaje tangible a niveles más abstractos del conocimiento (Bruner, 1966; Vygotsky, 1978).

Su aplicación en el cálculo diferencial contribuye significativamente al fortalecimiento de habilidades cognitivas, permitiendo a los estudiantes abordar problemas complejos de forma autónoma (González-Rodríguez, Pérez-Santos, & Ramírez-Hernández, 2020). Además, esta metodología se enlaza con el currículo aplicado en Ecuador, el cual enfatiza el desarrollo de competencias matemáticas orientadas a la resolución de problemas prácticos y al pensamiento crítico (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016). Así, la implementación del Método Singapur en instituciones educativas, como el Centro Educativo CESPATT en Guano, Ecuador, representa una oportunidad para transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial, brindando a los estudiantes herramientas para enfrentar con éxito los desafíos académicos y profesionales. *Objetivo:* Proponer una metodología para la utilización del método singapur para la mejor el proceso de enseñanza y aprendizaje de cálculo diferencial en los estudiantes de 2do de bachillerato general unificado, para mejorar la comprensión conceptual, el rendimiento y el interés por la matemática.

Examinar el impacto que ha tenido el implementar el Método Singapur sobre el rendimiento escolar de los alumnos de 2.º de BGU en el aprendizaje del cálculo diferencial a partir de la comparación entre un grupo experimental y de control mediante pruebas diagnósticas y finales.

Profundizar en el grado de comprensión conceptual, resolución de problemas y retención del conocimiento logrado por los estudiantes después de llevar a cabo estrategias didácticas basadas en el CPA (concreto-pictórico-abstracto) del Método Singapur.





DESARROLLO

MATERIAL Y MÉTODO

La metodología que emplea la presente investigación es de tipo mixto (cuantitativa y cualitativa), amparado por un diseño cuasi-experimental de grupo control y grupo experimental. Este tipo de enfoque se emplea para poder entender el fenómeno educativo desde dos dimensiones: en primer lugar, desde el análisis estadístico de los aprendizajes que han conseguido los estudiantes; y en segundo lugar, desde la interpretación de las percepciones, experiencias y procesos que han vivido los estudiantes durante la implementación del Método Singapur (Creswell, 2014).

En lo que respecta a los materiales didácticos descritos, se utilizaron una serie de recursos alineados con el enfoque CPA (Concreto – Pictórico – Abstracto), que constituyeron la base metodológica de la modelo de enseñanza de matemáticas en Singapur; se consideraron, los materiales didácticos concretos, como por ejemplo: bloques numéricos, tarjetas de relación funcional, cubos de fracciones, cintas métricas y regletas, los cuales permitieron visualizar muy rápidamente tanto los cambios como las tendencias; también permitieron representar conceptos como el de tasa de cambio o el de variación incremental, e incluso el de pendiente, facilitando de este modo la transición del material didáctico concreto al material didáctico simbólico.

En cuanto a los materiales pictóricos, se consideraron: representaciones gráficas, funciones en diagramas, visualizadores digitales o programas de software educativo como GeoGebra, los cuales permitieron modelar funciones y también derivadas en tiempo real, aportando un material didáctico que facilitaba la forma de conseguir un entendimiento más intuitivo de la conducta de las funciones, así como de sus límites o sus derivadas. Y finalmente, en cuanto a los materiales abstractos, se trabajó con ejercicios simbólicos, la resolución de problemas mediante la notación matemática formal, o la aplicación de reglas de derivación que estaban escritas y que conforman el currículo nacional de Matemática para el Bachillerato General Unificado (Ministerio de Educación Nacional del Ecuador, 2016).





La intervención consistió en la aplicación del Método de Singapur a lo largo de ocho semanas. Así, el grupo experimental de alumnos de segundo de BGU fue acompañado en su aprendizaje mediante esa metodología, mientras que el grupo control fue enseñado mediante exposiciones teóricas siguiendo una enseñanza tradicional, memorización y resolución mecánica de ejercicios. Las sesiones del grupo de estudiante experimental estaban pensadas para ser secuencias didácticas estructuradas mediante las cuales los alumnos primero manipulaban materiales en concreto, luego representaban gráficamente las situaciones matemáticas y, por último, resolvían las situaciones planteadas mediante fórmulas y cálculos en simbólicos.

En el conjunto de la recopilación de datos se sirvieron diferentes técnicas e instrumentos. Por un lado, se utilizaron pruebas diagnósticas y finales para contrastar los niveles de rendimiento académico antes y después de la intervención, donde las pruebas diagnosticaron aspectos como la comprensión de los conceptos, la resolución de problemas y la aplicación de derivadas en contextos reales.

Por otra parte, se utilizaron cuestionarios de autoevaluación, observaciones en el aula, entrevistas semiestructuradas y diarios de aprendizaje que facilitaron la obtención de información cualitativa muy rica sobre las emociones, actitudes y percepciones del alumnado frente a la metodología utilizada.

Para realizar la verificación de los resultados del método se basó en las aptitudes y habilidades necesarias que debe tener un estudiante para poder valorar la adquisición de conocimientos, se realizó una evaluación, que tenga el contenido necesario para poder evaluar cada habilidad y aptitud, posterior a eso se desarrolló un estudio estadístico, donde la evaluación dependiendo de cada pregunta se analiza la adquisición de los conocimientos

RESULTADOS

Al realizar la última evaluación se obtienen los siguientes gráficos de evaluación de las habilidades necesarias que nombran varios autores dentro de sus investigaciones, que además son principales para saber los nuevos conocimientos y procesos adquiridos:





Rendimiento académico

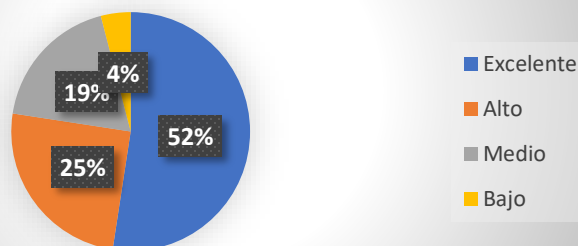


Gráfico 1. Análisis del rendimiento académico

Nivel de comprensión conceptual

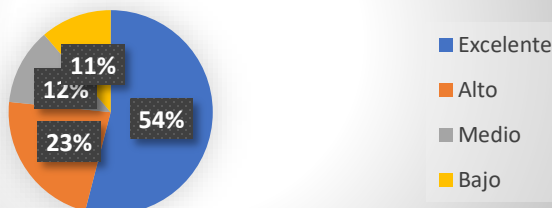


Gráfico 2. Análisis de la comprensión conceptual

Habilidad en resolución de problemas

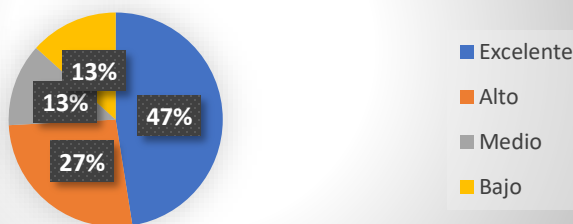


Gráfico 3. Análisis de la resolución de problemas



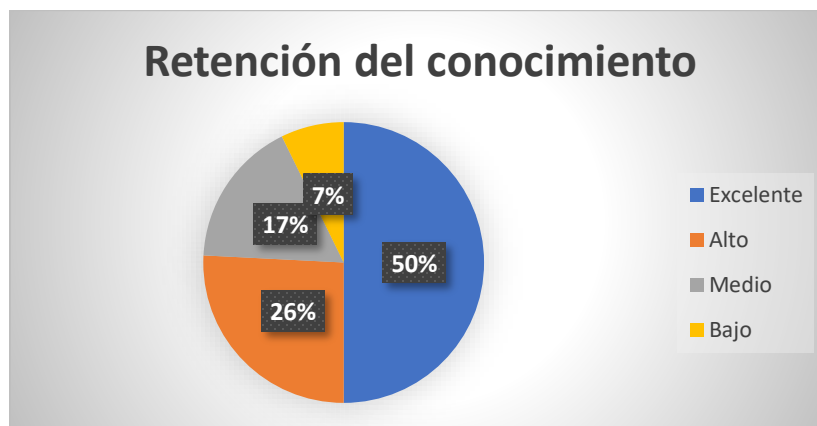


Gráfico 4. Análisis de la retención de conocimiento

Los resultados indican que, en términos generales, un porcentaje de arriba del 80% de los estudiantes se ubica en las categorías de "Alto" y "Excelente" en la mayoría de los criterios evaluados.

Los datos proporcionan una base cuantitativa para valorar la efectividad del Método Singapur en el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial en este contexto educativo.

En conjunto, estos resultados permiten identificar áreas de éxito y oportunidades de mejora. Mientras que el método Singapur favorece a el desarrollo de la cognición de los estudiantes

DISCUSIÓN

La presente investigación se centró en evaluar la efectividad del Método Singapur en el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de 2do de BGU del Centro Educativo CESPATT en Guano, Ecuador. Los resultados obtenidos tras aplicar instrumentos de evaluación a una muestra de 124 estudiantes, organizados en categorías de rendimiento (excelente, alto, medio y bajo), revelaron mejoras significativas en aspectos como el rendimiento académico, la comprensión conceptual, la habilidad en resolución de problemas y la retención del conocimiento. En particular, se evidenció que el grupo de estudiantes que fue instruido mediante el enfoque CPA (concreto, pictórico, abstracto) del Método Singapur alcanzó mejores resultados en comparación con el grupo que recibió una enseñanza tradicional.





Estos hallazgos son relevantes porque demuestran que un enfoque metodológico centrado en la construcción gradual del conocimiento, que parte de lo concreto y avanza hacia lo abstracto, permite a los estudiantes desarrollar una comprensión más sólida de conceptos complejos. El énfasis del Método Singapur en la resolución de problemas y la visualización de ideas matemáticas contribuye a fortalecer no solo las habilidades cognitivas, sino también las competencias prácticas necesarias para abordar situaciones reales (Ng & Lee, 2009).

En cuanto a la hipótesis de que el Método Singapur mejora el aprendizaje del cálculo diferencial, los datos obtenidos respaldan su validez. El incremento en la proporción de estudiantes ubicados en los niveles “alto” y “excelente”, y la disminución en el grupo “bajo”, evidencian el impacto positivo de la metodología implementada. Asimismo, los resultados muestran que la comprensión conceptual y la retención a largo plazo se ven fortalecidas cuando los estudiantes manipulan objetos, observan representaciones pictóricas y, finalmente, aplican procedimientos matemáticos abstractos.

Sin embargo, también se deben considerar explicaciones alternativas. Es posible que factores como la motivación del docente, el ambiente de aula, o incluso el entusiasmo generado por una metodología novedosa hayan influido en los resultados. De igual manera, no se puede descartar que el grupo experimental haya tenido condiciones ligeramente más favorables en términos de recursos o acompañamiento pedagógico. Esto obliga a considerar la replicación del estudio en distintos contextos para validar la consistencia de los resultados.

Las limitaciones del estudio incluyen la duración relativamente corta del período de intervención, que restringe la observación de efectos a largo plazo. Además, aunque se utilizó una muestra representativa, los resultados no pueden generalizarse a todo el sistema educativo sin nuevas evidencias. También se dependió en gran medida de pruebas estandarizadas y evaluaciones categorizadas, lo cual podría limitar la captura de aprendizajes más complejos o habilidades transversales.





Desde el punto de vista teórico, la investigación aporta a la discusión sobre la aplicabilidad del enfoque constructivista de Bruner y la teoría sociocultural de Vygotsky en entornos reales de enseñanza. El Método Singapur se alinea con ambas posturas al promover el aprendizaje significativo mediante andamiajes y contextos situados, fortaleciendo así la conexión entre teoría y práctica educativa.

En el plano práctico, los hallazgos invitan a replantear los enfoques de enseñanza tradicionales en matemáticas. Incorporar metodologías como la de Singapur puede ofrecer una alternativa eficaz para mejorar el rendimiento de los estudiantes en áreas abstractas y comúnmente desafiantes como el cálculo diferencial. Para los docentes, representa una oportunidad de renovar sus estrategias pedagógicas; y para los responsables de política educativa, una base para promover reformas curriculares basadas en la evidencia.

Quedan sin resolver interrogantes relacionados con el impacto sostenido del método a largo plazo, así como su efectividad en poblaciones con necesidades educativas especiales o en niveles superiores de educación matemática. Además, es necesario explorar su aplicabilidad en otros componentes del currículo, como álgebra, geometría o estadística.

Finalmente, el trabajo plantea nuevas líneas de investigación centradas en la adaptación del Método Singapur a contextos rurales, el uso de tecnologías digitales en su implementación, y la formación docente necesaria para su adopción. En perspectiva, se proyecta la construcción de propuestas pedagógicas más inclusivas, efectivas y contextualizadas que favorezcan una educación matemática significativa y transformadora.

CONCLUSIONES

La evaluación de los resultados indica que la implementación del método Singapur ha facilitado el desarrollo de la comprensión conceptual y la capacidad para resolver problemas en la mayor parte de los estudiantes; sin embargo, un porcentaje no tan grande, pero siendo significativo no alcanzó





los conocimientos necesarios. Dentro del estudio se pudo detectar que esto se atribuye, a la falta de conocimientos previos necesarios para abordar de manera efectiva los contenidos del cálculo diferencial, también como factores externos que disminuyen el proceso de enseñanza-aprendizaje, como son las condiciones socioeconómicas y ambientales desfavorables (Hernández-Sampieri, Fernández-Collado, & Baptista-Lucio, 2018; Ministerio de Educación del Ecuador, 2016). Por lo tanto, se establece que la efectividad de la metodología es alta, y que también depende no solo de la metodología pedagógica aplicada, en gran medida también de la preparación previa de los estudiantes y de la optimización del entorno educativo, lo que sugiere la necesidad de intervenciones complementarias que refuercen los prerrequisitos y adapten la metodología a las realidades específicas del contexto escolar.

Según Benjamin Bloom la idea de que, cuando se alcanza un 80% o más de éxito en la evaluación (lo que se interpreta como dominio del contenido), se considera que el método de enseñanza ha sido excelente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M. (2020). Challenges and opportunities for research on the teaching and learning of calculus. *Teaching Mathematics and its Applications*, 39(4), 256-270.
<https://doi.org/10.1093/teamat/hraa014>

Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1996). *The culture of education*. Harvard University Press.





- Chan, C. M. E., & Cole, D. (2020). Using bar models to solve word problems in Singapore classrooms. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18 (2), 377-396.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). SAGE Publications.
- Fan, L., & Zhu, Y. (2007). From convergence to divergence: The development of mathematical problem solving in research, curriculum, and classroom practice in Singapore. *ZDM Mathematics Education*, 39 (5-6), 491-501. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0044-1>
- González-Martín, A. S., & Camacho, M. (2004). What is first-year mathematics students' actual knowledge about improper integrals? *The International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35 (1), 73-89.
- González-Rodríguez, M., Pérez-Santos, L., & Ramírez-Hernández, A. (2020). Impacto del método Singapur en el rendimiento académico de estudiantes de secundaria en el cálculo diferencial. *Educación Matemática*, 32 (1), 43-57.
- Hernández-Martínez, P., Sánchez-Guzmán, J. D., & Rodríguez-Cruz, I. (2018). El método Singapur como herramienta para el aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21 (3), 261-281.
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, P. (2018). **Metodología de la investigación** (7ª ed.). McGraw-Hill Education.





- Kaur, B. (2019). The why, what and how of mathematics classroom discourse. *Mathematics Education Research Journal*, 31 (4), 415-433. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00264-x>
- Kaur, B., & Yeap, B. H. (2021). *Mathematical problem solving in Singapore schools*. World Scientific Publishing.
- López-Gay, R., Martínez, M., & Barrera, P. (2019). Dificultades en el aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de bachillerato. *Revista de Investigación en Matemática Educativa*, 22 (2), 147-168.
- Low, H. K., & Chew, C. M. (2022). Effectiveness of Singapore's concrete-pictorial-abstract approach in enhancing students' understanding of mathematical concepts. *Asia Pacific Journal of Education* , 42 (3), 456-471.
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Currículo de los niveles de educación obligatoria: Bachillerato general unificado - Matemática*. Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2019). *Guía metodológica para la implementación del currículo de matemática en bachillerato*. Subsecretaría de Fundamentos Educativos.
- Ministry of Education Singapore. (2020). *Mathematics syllabus: Primary one to six*. Curriculum Planning and Development Division.
- Ng, O. L. (2021). The interplay between language, gestures, and mathematics: A multimodal analysis of the concrete-pictorial-abstract sequence. *Educational Studies in Mathematics*,





106 (3), 415-433.

Ng, S. F., & Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40 (3), 282-313.

Piaget, J. (1977). *The development of thought: Equilibration of cognitive structures*. Viking Press.

Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Schoenfeld, A. H. (2016). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (reprint)*. *Journal of Education*, 196 (2), 1-38.

Soh, K. C., & Ong, E. G. (2010). *The Singapore Model Method for learning mathematics*. Marshall Cavendish Education.

Stewart, J. (2020). *Calculus: Early transcendentals (9th ed.)*. Cengage Learning.

Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge University Press.

Torres-Pérez, R., Gómez-Medina, C., & Rivas-Martínez, J. (2017). Aplicación del método Singapur en el aula de cálculo diferencial: un estudio de caso en estudiantes de bachillerato. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 11(1), 81-94.



Artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons.
Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional (CC BY-NC 4.0)



- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. Pearson Education.
- Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes. Harvard University Press.
- Watson, A., & Mason, J. (2007). Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10 (4-6), 205-215.
- White, P., & Mitchelmore, M. (2019). Teaching for abstraction through mathematical modelling. *Mathematics Education Research Journal*, 31 (3), 333-354.
- Yeap, B. H. (2010). Bar modeling: A problem-solving tool. Marshall Cavendish Education.
- Yeap, B. H., Kaur, B., Dindyal, J., & Wang, T. (2015). Making sense of mathematics in the world: An exploratory study of the Singapore mathematics teacher. *Mathematics Education Research Journal*, 27 (3), 405-428.
- Yeo, J., & Goh, K. C. (2018). Using the Singapore Model Method to improve mathematics problem-solving performance: A case study of primary four pupils. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13 (2), 117-131.

DECLARACIÓN DE CONFLICTO Y CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES



Artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons. Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional (CC BY-NC 4.0)



Las autoras declaran que este manuscrito es original y no se ha enviado a otra revista. Las autoras son responsables del contenido recogido en el artículo y en él no existen plagios ni conflictos de interés ni éticos.



Artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons.
Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional (CC BY-NC 4.0)